

内积能量与边缘检测

王志衡^{1),2)}, 吴福朝¹⁾

¹⁾ 中国科学院自动化研究所, 模式识别国家重点实验室, 北京, 100080

²⁾ 河南理工大学, 计算机科学与技术学院, 焦作, 454003

摘要: 本文提出了一种新型的边缘检测算子——基于内积能量的边缘检测算子。在基于内积能量的边缘检测算子中, 内积能量在增强图像边缘的同时能够有效地抑制图像中的噪音和细节, 因而它能较好地解决传统边缘检测算子的噪音抑制和边缘定位精度之间的矛盾。实验结果表明: 与经典的 Canny 边缘检测算子相比, 在具有相当边缘定位精度的条件下, 基于内积能量的边缘检测算子对图像噪音和细节具有更强的抑制能力。此外, 它还具有对参数调节不敏感的优良性质。

关键词: 内积能量; 梯度幅值; Canny 算子; 边缘检测;

Inertial Product Energy and Edge Detection

WANG Zhi-Heng^{1),2)}, WU Fu-Chao¹⁾

¹⁾ National Laboratory of Pattern Recognition, Institute of Automation, CAS, Beijing, 100080, China

²⁾ Department of Computer Science, Henan Polytechnic University, Jiaozuo, 454003, China

Abstract: In this paper, a novel image edge detector called the inertial product energy-based edge detector is presented. The inertial product energy is introduced, which can not only enhance the main edges but also simultaneously weaken the noise and tiny edges in image, and thus a better trade-off between de-noising and edge-locating can be obtained by using the inertial product energy. The experiment results in this paper show that compared with the classic Canny edge detector, in the case of offering the equivalent precision for edge locating, the inertial product energy-based edge detector performs better in de-noising and tiny edges controlling. Furthermore, our new detector is less sensible to the adjustment of the parameters.

Key words: Inertial product energy; Gradient magnitude; Canny detector; Edge detection;

1 引言

边缘检测是图像处理 and 计算机视觉中最为经典和基础的问题之一, 在物体识别、匹配、三维重建、图像检索等诸多领域有着重要应用。为减小噪音的影响, 一般的边缘检测算法在利用差分模板对图像进行边缘增强前首先对其进行滤波(平滑), 高斯滤波是最为常见的选择。但是, 滤波过程在抑制噪音的同时也使图像损失了部分边缘信息, 因而影响了边缘的定位精度。噪音抑制性能和边缘定位精度成为所有边缘检测算子相互矛盾的两个性能要求, 这也是导致边缘检测成为最困难的问题之一的主要内在原因。通常进行边缘检测时通过参数调整来获得噪音抑制性能和边缘定位精度两方面的折中效果。

近几十年来, 对边缘检测的研究大多集中在解决噪音抑制性能和边缘定位精度之间的这种矛盾上, 文献中提出了大量的方法来使得在有效地抑制噪音的条件下能够对边缘保持较高的定位精度。中值滤波^{[1][2]}是常用的最简单滤波方法之一, 它在保持边缘定位精度的条件下具有一定的去除图像中噪音的能力。频域变换为图像的内容分析提供了有力的工具, 通过整体变换进行噪音估计和局部变换进行边缘分析相结合,

收稿日期×年×月×日, 最终修改稿收到日期×年×月×日。本课题受国家自然科学基金(60835003, 60575019,)和国家高技术研究发展计划(2006AA01Z116)资助。王志衡, 男, 1983年出生, 博士研究生, 主要研究方向为图像特征检测与匹配。吴福朝, 男, 研究员, 博士生导师, 主要研究方向为计算机视觉、图像处理和人工智能。

能够同时达到平滑噪音和保持边缘的目的^{[3][4][5]}。Lindeberg^[6]分析了边缘检测算子的平滑性和定位精度之间的矛盾，认为选取合适的尺度是取得较好折中效果的有效步骤，并通过在尺度空间内搜索使边缘强度达到极大值的位置来自动选取合适的局部尺度参数，一定程度上缓和了这一矛盾。Rivera 和 Marroquin^[7]从图像复原的角度利用边缘保持的正则化方法对这一问题进行了深入地探讨。Gijbels 和 Lambert^[8]将灰度图像视为图像曲面，通过估计其表面的不连续性并采用局部线性核平滑的方法，在保持图像边缘的同时能够有效地去除平滑区域的噪音。还有许多文献从其它角度对这一问题进行研究^{[9][10]}。

Pellegrino^[11]和 Nguyen^[12]等通过实验系统地比较了常见边缘检测算子的性能后指出，在绝大多数情况下，Canny 算子^[13]具有最好的性能。实际上，Canny 算子已经成为边缘检测的标准算法。Canny^[13]提出了衡量边缘检测算法性能的三个理论准则：检测性能、定位精度和单边响应，Canny 算子正是对三个准则同时进行优化的结果，因此，理论上 Canny 算子是一种最优的边缘检测算子。Canny 算子主要由四个步骤组成：首先用高斯滤波器平滑图像；接着用高斯一阶有限差分来计算梯度的幅值和方向；然后进行非极大值抑制(NMS)；最后用双阈值算法检测和连接边缘。但是，Canny 算子也有一定的局限性，正如 Basu^[14]所指出“Canny 算子在进行非极大值抑制时简单地将梯度幅值比梯度方向上相邻点梯度幅值大的像素点检测为边缘点，而没有考虑到这种差异是否大于随机误差导致的变化”。因此 Canny 算子对于较弱边缘附近的噪音非常敏感；同时，当图像中存在较大的噪音时，算法的抑制噪音能力急剧下降。

本文从分析图像中噪音分布的角度入手，通过在图像梯度空间引入内积能量这一数学运算，提出了一种在抑制噪音的同时能够有效地增强图像边缘的新思路，从而在一定程度上解决了边缘检测中噪音抑制和定位精度之间的矛盾。本文将内积能量与 Canny 算子相结合，形成了一种新的边缘检测算子——基于内积能量的边缘检测算子。相对于 Canny 算子，在具有相当边缘定位精度的条件下，基于内积能量的边缘检测算子除具有对图像中噪音和细节更强的抑制能力外，还具有对参数选择不敏感的特性，具有较大的实用价值。

本文的主要贡献在于引入梯度内积能量的概念并从理论上分析了内积能量在抑制噪音方面的性能；此外提出了一种相对 Canny 算子具有更加优越性能的边缘检测算子。本文组织结构如下：第 2 部分引进内积能量，并从理论上分析了它的数学期望与方差。第 3 部分对比了内积能量与梯度幅值在抑制噪音方面的性能。第 4 部分提出了基于内积能量的边缘检测算子，并通过实验对比了其 Canny 检测算子的性能。第 5 部分给出了两种算法在更多真实图像上的实验结果。第 6 部分是结束语。

2 图像梯度与内积能量

2.1 图像梯度

真实图像中的噪音通常使用加性高斯噪音来建模^[15,16]。如果 $f(x, y)$ 、 $f_r(x, y)$ 和 $\xi(x, y)$ 分别表示图像点 $X(x, y)$ 处的实际灰度值、理想灰度值和噪音，则有：

$$f(x, y) = f_r(x, y) + \xi(x, y) \quad (1)$$

其中 ξ 服从零均值、 σ 标准差的高斯分布，即 $\xi \sim N(0, \sigma^2)$ 。

记图像点 $X(x, y)$ 处的梯度为 $\bar{\mathbf{g}}(X) = [f_x(X), f_y(X)]$ 。在数字图像处理中，通常用离散梯度模板计算图像点的梯度，大小为 $N \times N$ ($N = 2R + 1, R$ 为模板的尺寸)的梯度模板的一般形式为：

$$T_x = \begin{bmatrix} -T(1) & \dots & -T(R) & 0 & T(R) & \dots & T(1) \\ -T(R+1) & \dots & -T(2R) & 0 & T(2R) & \dots & T(R+1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -T((N-2)R+1) & \dots & -T((N-1)R) & 0 & T((N-1)R) & \dots & T((N-2)R+1) \\ -T((N-1)R+1) & \dots & -T(NR) & 0 & T(NR) & \dots & T((N-1)R+1) \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$T_y = T_x' \quad (\text{其中}'\text{表示矩阵转置}) \quad (3)$$

于是，

$$f_x(X) = \sum_{i=1}^{NR} T(i)(f_r(x+i, y) - f_r(x-i, y)) + \sum_{i=1}^{NR} T(i)(\xi(x+i, y) - \xi(x-i, y)) \quad (4)$$

$$f_y(X) = \sum_{i=1}^{NR} T(i)(f_r(x, y+i) - f_r(x, y-i)) + \sum_{i=1}^{NR} T(i)(\xi(x, y+i) - \xi(x, y-i)) \quad (5)$$

记:

$$f_{rx}(X) = \sum_{i=1}^{NR} T(i)(f_r(x+i, y) - f_r(x-i, y)), \quad \xi_x(X) = \sum_{i=1}^{NR} T(i)(\xi(x+i, y) - \xi(x-i, y))$$

$$f_{ry}(X) = \sum_{i=1}^{NR} T(i)(f_r(x, y+i) - f_r(x, y-i)), \quad \xi_y(X) = \sum_{i=1}^{NR} T(i)(\xi(x, y+i) - \xi(x, y-i))$$

则, 式(4)(5)可改写为:

$$f_x(X) = f_{rx}(X) + \xi_x(X), \quad f_y(X) = f_{ry}(X) + \xi_y(X) \quad (6)$$

由于 $\xi(x+i, y), \xi(x-i, y)$ 相互独立, 且 $\xi(x+i, y), \xi(x-i, y) \sim N(0, \sigma^2)$, 故 $\xi_x(X)$ 的数学期望和方差分别为:

$$E\{\xi_x(X)\} = \sum_{i=1}^{NR} T(i)(E\{\xi(x+i, y)\} - E\{\xi(x-i, y)\}) = 0 \quad (7)$$

$$D\{\xi_x(X)\} = \sum_{i=1}^{NR} T^2(i)(D\{\xi(x+i, y)\} + D\{\xi(x-i, y)\}) = 2\sigma^2 \sum_{i=1}^{NR} T^2(i) \quad (8)$$

同理, $\xi_y(X)$ 的数学期望和方差分别为:

$$E\{\xi_y(X)\} = 0, \quad D\{\xi_y(X)\} = 2\sigma^2 \sum_{i=1}^{NR} T^2(i) \quad (9)$$

于是, 记 $\sigma_r^2 = 2\sigma^2 \sum_{i=1}^{NR} T^2(i)$, 则有 $\xi_x(X), \xi_y(X) \sim N(0, \sigma_r^2)$ 。

2.2 内积能量及其数学期望与方差

考虑点 $X(x, y)$ 为中心 r 为半径的一个圆形区域 $G(X) = \{X_i | \|X_i - X\| \leq r\}$ 内的图像点 $X_i(x_i, y_i)$, 记 $\bar{\mathbf{g}}(X) = [f_x(X), f_y(X)]$, $\bar{\mathbf{g}}(X_i) = [f_x(X_i), f_y(X_i)]$ 分别为点 X 和 X_i 处的梯度, 点 X 处的内积能量定义为:

$$IP(X) = \sum_{X_i \in G(X) \ \& \ X_i \neq X} \langle \bar{\mathbf{g}}(X), \bar{\mathbf{g}}(X_i) \rangle \quad (10)$$

将 $\bar{\mathbf{g}}(X) = [f_{rx}(X) + \xi_x(X), f_{ry}(X) + \xi_y(X)]$, $\bar{\mathbf{g}}(X_i) = [f_{rx}(X_i) + \xi_x(X_i), f_{ry}(X_i) + \xi_y(X_i)]$ 带入(10), 由内积的线性性质可知:

$$\begin{aligned} IP(X) &= \langle \bar{\mathbf{g}}(X), \sum_{X_i \in G} \bar{\mathbf{g}}(X_i) \rangle \\ &= f_{rx}(X) \cdot \sum_{X_i \in G} f_{rx}(X_i) + f_{ry}(X) \cdot \sum_{X_i \in G} f_{ry}(X_i) + f_{rx}(X) \cdot \sum_{X_i \in G} \xi_x(X_i) + \xi_x(X) \cdot \sum_{X_i \in G} f_{rx}(X_i) \\ &\quad + \xi_x(X) \cdot \sum_{X_i \in G} \xi_x(X_i) + f_{ry}(X) \cdot \sum_{X_i \in G} \xi_y(X_i) + \xi_y(X) \cdot \sum_{X_i \in G} f_{ry}(X_i) + \xi_y(X) \cdot \sum_{X_i \in G} \xi_y(X_i) \end{aligned} \quad (11)$$

因 $\xi_x(X), \xi_x(X_i), \xi_y(X), \xi_y(X_i) \sim N(0, \sigma_r^2)$, 且相互独立, 所以 $IP(X)$ 的数学期望为:

$$\begin{aligned}
E\{IP(X)\} &= f_{rx}(X) \cdot \sum_{X_i \in G} f_{rx}(X_i) + f_{rx}(X) \cdot E \left\{ \sum_{X_i \in G} \xi_x(X_i) \right\} + E \{ \xi_x(X) \} \cdot \sum_{X_i \in G} f_{rx}(X_i) \\
&\quad + E \{ \xi_x(X) \} \cdot E \left\{ \sum_{X_i \in G} \xi_x(X_i) \right\} + f_{ry}(X) \cdot \sum_{X_i \in G} f_{ry}(X_i) + f_{ry}(X) \cdot E \left\{ \sum_{X_i \in G} \xi_y(X_i) \right\} \\
&\quad + E \{ \xi_y(X) \} \cdot \sum_{X_i \in G} f_{ry}(X_i) + E \{ \xi_y(X) \} \cdot E \left\{ \sum_{X_i \in G} \xi_y(X_i) \right\} \\
&= f_{rx}(X) \cdot \sum_{X_i \in G} f_{rx}(X_i) + f_{ry}(X) \cdot \sum_{X_i \in G} f_{ry}(X_i)
\end{aligned} \tag{12}$$

内积能量 $IP(X)$ 的方差为：

$$\begin{aligned}
D\{IP(X)\} &= D \left\{ f_{rx}(X) \cdot \sum_{X_i \in G} f_{rx}(X_i) \right\} + f_{rx}^2(X) \cdot D \left\{ \sum_{X_i \in G} \xi_x(X_i) \right\} + \left(\sum_{X_i \in G} f_{rx}(X_i) \right)^2 \cdot D \{ \xi_x(X) \} \\
&\quad + D \left\{ \xi_x(X) \cdot \sum_{X_i \in G} \xi_x(X_i) \right\} + D \left\{ f_{ry}(X) \cdot \sum_{X_i \in G} f_{ry}(X_i) \right\} + f_{ry}^2(X) \cdot D \left\{ \sum_{X_i \in G} \xi_y(X_i) \right\} \\
&\quad + \left(\sum_{X_i \in G} f_{ry}(X_i) \right)^2 \cdot D \{ \xi_y(X) \} + D \left\{ \xi_y(X) \cdot \sum_{X_i \in G} \xi_y(X_i) \right\} \\
&= (f_{rx}^2(X) + f_{ry}^2(X)) \cdot \sum_{X_i \in G} \sigma_T^2 + \left[\left(\sum_{X_i \in G} f_{rx}(X_i) \right)^2 + \left(\sum_{X_i \in G} f_{ry}(X_i) \right)^2 \right] \cdot \sigma_T^2 + 2 \cdot \sum_{X_i \in G} \sigma_T^4
\end{aligned} \tag{13}$$

2.3 梯度幅值及其数学期望与方差

为了在下一节比较内积能量和梯度幅值性能在噪音抑制方面的性能，我们需要计算梯度幅值平方的数学期望与方差。

因点 $X(x, y)$ 处的梯度幅值平方为：

$$M^2(X) = f_x^2(X) + f_y^2(X) = (f_{rx}(X) + \xi_x(X))^2 + (f_{ry}(X) + \xi_y(X))^2 \tag{14}$$

所以， $M^2(X)$ 的数学期望为：

$$\begin{aligned}
E\{M^2(X)\} &= E \left\{ (f_{rx}(X) + \xi_x(X))^2 + (f_{ry}(X) + \xi_y(X))^2 \right\} \\
&= E \left\{ f_{rx}^2(X) + 2f_{rx}(X)\xi_x(X) + \xi_x^2(X) + f_{ry}^2(X) + 2f_{ry}(X)\xi_y(X) + \xi_y^2(X) \right\} \\
&= f_{rx}^2(X) + f_{ry}^2(X) + 2f_{rx}(X) \cdot E \{ \xi_x(X) \} + 2f_{ry}(X) \cdot E \{ \xi_y(X) \} + E \{ \xi_x^2(X) \} + E \{ \xi_y^2(X) \} \\
&= f_{rx}^2(X) + f_{ry}^2(X) + 2\sigma_T^2
\end{aligned} \tag{15}$$

下面计算 $M^2(X)$ 的方差：由于 $\xi_x(X), \xi_y(X) \sim N(0, \sigma_T^2)$ ，从概率论的知识，可知：

$$\left(\frac{\xi_x(X)}{\sigma_T} \right)^2, \left(\frac{\xi_y(X)}{\sigma_T} \right)^2 \sim \chi^2(1)$$

根据 χ^2 分布的性质可得：

$$D \left\{ \left(\frac{\xi_x(X)}{\sigma_T} \right)^2 \right\} = D \left\{ \left(\frac{\xi_y(X)}{\sigma_T} \right)^2 \right\} = 2$$

于是，

$$D \{ \xi_x^2(X) \} = D \{ \xi_y^2(X) \} = 2\sigma_T^4 \tag{16}$$

因此，我们有：

$$\begin{aligned}
D\{M^2(X)\} &= D\{(f_{rx}(X) + \xi_x(X))^2 + (f_{ry}(X) + \xi_y(X))^2\} \\
&= D\{f_{rx}^2(X) + 2f_{rx}(X)\xi_x(X) + \xi_x^2(X) + f_{ry}^2(X) + 2f_{ry}(X)\xi_y(X) + \xi_y^2(X)\} \\
&= D\{f_{rx}^2(X)\} + D\{f_{ry}^2(X)\} + 4f_{rx}^2(X) \cdot D\{\xi_x(X)\} + 4f_{ry}^2(X) \cdot D\{\xi_y(X)\} + D\{\xi_x^2(X)\} + D\{\xi_y^2(X)\} \\
&= 4(f_{rx}^2(X) + f_{ry}^2(X)) \cdot \sigma_T^2 + 4\sigma_T^4
\end{aligned} \tag{17}$$

3 内积能量与图像梯度的性能比较

下面通过比较内积能量和梯度幅值平方的数学期望与方差，从数学上分析内积能量和梯度幅值在抑制噪音方面的性能。

设邻域 G 的半径 r ，则邻域 G 包含的像素点个数为 $N = \pi r^2$ 。为了便于比较，我们假定在 X 邻域 G 内其它边缘点有相近梯度（这是一个非常合理的假定，因为边缘的梯度在边缘方向上是连续的）。并且，这些点的个数为 n ，显然有 $n > 4r$ （至少位于理想边缘两侧且与之相邻的像素点为边缘点）。在 X 局部范围内的非边缘点的梯度幅值小且梯度方向与 X 的梯度方向相差很大，所以非边缘点的梯度与 X 的梯度内积非常小，即非边缘点的梯度对 X 的内积能量贡献也非常小，可以忽略不计。于是有：

$$\sum_{X_i \in G} f_{rx}(X_i) \approx n \cdot f_{rx}(X), \quad \sum_{X_i \in G} f_{ry}(X_i) \approx n \cdot f_{ry}(X) \tag{18}$$

将式(18)带入(12)(13)可得：

$$E\{IP(X)\} = f_{rx}(X) \cdot \sum_{X_i \in G} f_{rx}(X_i) + f_{ry}(X) \cdot \sum_{X_i \in G} f_{ry}(X_i) \approx n(f_{rx}^2(X) + f_{ry}^2(X)) \tag{19}$$

$$\begin{aligned}
D\{IP(X)\} &\approx n(f_{rx}^2(X) + f_{ry}^2(X)) \cdot \sigma_T^2 + n^2(f_{rx}^2(X) + f_{ry}^2(X)) \cdot \sigma_T^2 + 2N \cdot \sigma_T^4 \\
&= (n^2 + n)(f_{rx}^2(X) + f_{ry}^2(X)) \cdot \sigma_T^2 + 2N \cdot \sigma_T^4
\end{aligned} \tag{20}$$

对于噪音点，即当 $f_{rx}(X) = f_{ry}(X) = f_{rx}(X_i) = f_{ry}(X_i) = 0$ 时，梯度幅值平方和内积能量的数学期望与方差分别为：

$$E\{M^2(X)\} = 2\sigma_T^2, \quad D\{M^2(X)\} = 4\sigma_T^4 \tag{21}$$

$$E\{IP(X)\}_{New} = 0, \quad D\{IP(X)\}_{New} = 2N \cdot \sigma_T^4 \tag{22}$$

同 Wang^[16]采用的策略类似，本文通过比较边缘信号输出与噪音信号输出的比值（信噪输出比）来衡量算法的噪音抑制性能：信噪输出比越大，算法对噪音的抑制性能越好。

- 考虑边缘信号与噪音的输出均值(式(15)(19)(21)(22))，梯度幅值平方与内积能量的信噪输出比分别为：

$$\rho_{AM} = \frac{f_{rx}^2(X) + f_{ry}^2(X) + 2\sigma_T^2}{2\sigma_T^2} = \frac{f_{rx}^2(X) + f_{ry}^2(X)}{2\sigma_T^2} + 1 \tag{23}$$

$$\rho_{AIP} = \frac{n(f_{rx}^2(X) + f_{ry}^2(X))}{0} \tag{24}$$

- 考虑边缘信号与噪音的输出方差(式(17)(20)(21)(22))，梯度幅值平方与内积能量的信噪输出比分别为：

$$\rho_{VM} = \frac{4(f_{rx}^2(X) + f_{ry}^2(X)) \cdot \sigma_T^2 + 4\sigma_T^4}{4\sigma_T^4} = \frac{f_{rx}^2(X) + f_{ry}^2(X)}{\sigma_T^2} + 1 \tag{25}$$

$$\begin{aligned}
\rho_{VIP} &= \frac{(n^2 + n)(f_{rx}^2(X) + f_{ry}^2(X)) \cdot \sigma_T^2 + 2N \cdot \sigma_T^4}{2N \cdot \sigma_T^4} = \frac{f_{rx}^2(X) + f_{ry}^2(X)}{\sigma_T^2} \cdot \frac{n^2 + n}{2N} + 1 \\
&> \frac{f_{rx}^2(X) + f_{ry}^2(X)}{\sigma_T^2} \cdot \left(\frac{8}{\pi} + \frac{2}{\pi r}\right) + 1 > \frac{f_{rx}^2(X) + f_{ry}^2(X)}{\sigma_T^2} \cdot 2.5 + 1
\end{aligned} \tag{26}$$

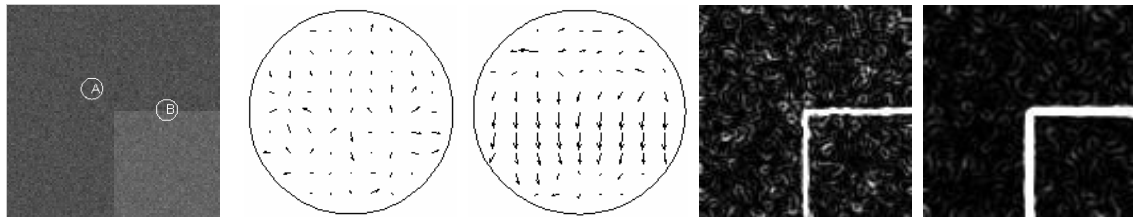
比较(23)与(24)、(25)与(26)，可得：

$$\rho_{AM} \ll \rho_{AIP}, \quad \rho_{VM} < \rho_{VIP} \quad (27)$$

通过以上的数学分析可得：相对于梯度幅值平方，内积能量具有更大的信噪输出比，因此在保持相当定位精度的条件下具有更强的噪音抑制性能。

● 直观比较

图 1(a)是一幅加入高斯噪音的模拟图像,(b)和(c)分别为(a)中区域 A(噪音点为中心)和区域 B(边缘点为中心)的梯度分布。直观上看：噪音点附近的梯度呈随机分布，方向很难与该噪音点一致，因而有较小内积能量；此外，各点与噪音点内积运算的结果符号有正有负，可相互抵消，因此，噪音点的内积能量非常小。而边缘点附近各点的梯度均与其梯度趋向一致，使得内积运算后能够获得较大的内积能量。因此，仅由噪音引起的非边缘点因缺乏边缘结构的有效支撑，经内积能量运算后在很大程度上得到抑制；而有边缘结构支撑的边缘点经过内积能量运算后会被大大增强。图 1(d)和(e)分别为(a)的梯度幅值平方图和内积能量图，内积能量在抑制噪音方面明显具有更好的性能表现。



(a)加入噪音的图像 (b)A 区的梯度分布 (c)B 区的梯度分布 (d)梯度幅值平方图 (e)内积能量图

图 1. 梯度分布、梯度幅值图及内积能量图.

4 基于内积能量的边缘检测算子

4.1 边缘检测算子

基于第 3 节的分析，相对于梯度幅值，内积能量在具有相当定位精度的条件下具有更好噪音抑制性能。为提高经典 Canny 算子的噪音抑制性能，用 (10) 式定义的内积能量（开方）代替高斯梯度幅值（非极大值抑制过程各点的方向依旧采用梯度方向），从而形成了基于内积能量的边缘检测算子。检测算子具体分为以下 4 个步骤：

- ① 利用高斯梯度模板计算图像各点的梯度；
- ② 利用式(10)计算图像各点的内积能量；
- ③ 利用梯度方向和内积能量（开方）进行非极大值抑制；
- ④ 进行双阈值连接。

4.2 真实图像的噪音实验

图 2 是经典 Canny 算子和基于内积能量的边缘检测算子在 Lena 图像上的检测结果。其中(a)为加入均值为 0、方差为 40 的高斯噪音后的 Lena 图像，(b)和(c)分别为其梯度幅值图和内积能量图，(d1)-(d5)分别为经典 Canny 算子在不同阈值(高阈值分别为图像均值的 1.0、1.2、1.4、1.6、1.8 倍，低阈值均为高阈值的 0.6 倍)的边缘检测结果；(e1)-(e5)分别为相同阈值设置下的基于内积能量的边缘检测结果。

通过(b)与(c)的对比可以看出：相对于梯度幅值图，在内积能量图中主要边缘得到增强，同时噪音和细小边缘得到有效抑制，两者之间的对比度加大。由(d1)-(d5)可以看出：经典 Canny 算子的检测性能对二值化阈值的选择十分敏感(当阈值较小时，抑制噪音能力非常差)；而(e1)-(e5)表明：基于内积能量的边缘检测算子能够在十分有效地保持图像主要边缘的同时，也有效地抑制了图像噪音和细节。此外还可以看出，相对于经典 Canny 检测算子，基于内积能量的边缘检测算子具有对阈值选取不敏感的优良性质。

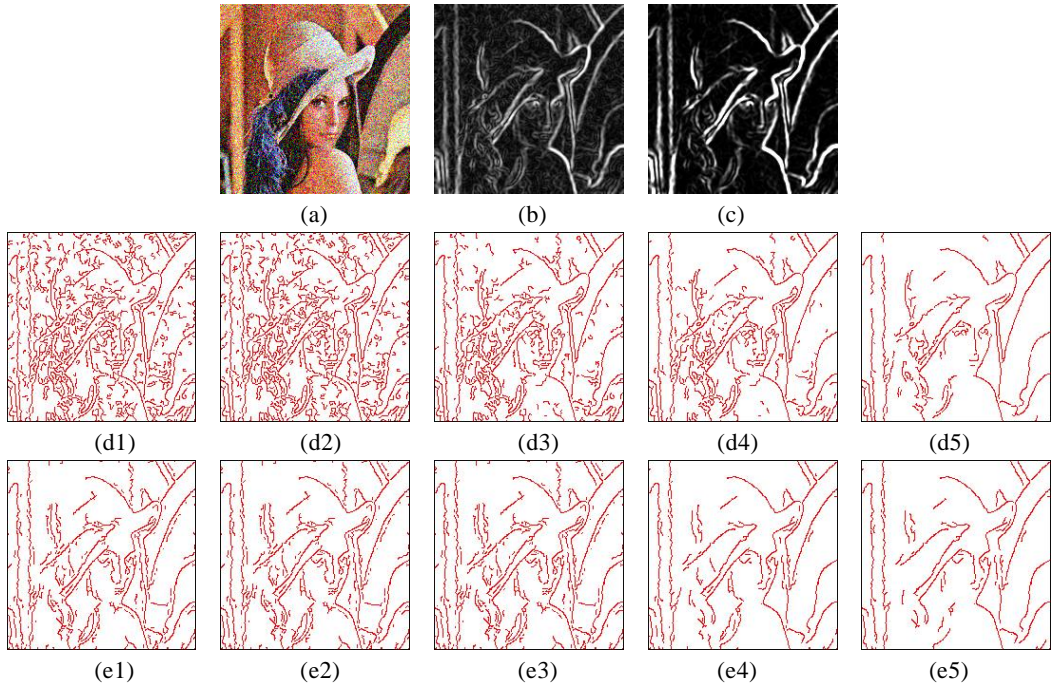


图 2. 两种算子的性能比较: (a)是加入噪音的 Lena 图像; (b)和(c)分别为梯度幅值和内积能量图; (d1)-(d5)和(e1)-(e5)分别为经典 Canny 算子和基于内积能量的边缘检测算子在不同的参数下的边缘检测结果.

4.3 模拟实验定量比较

定量比较边缘检测算子的性能, 文献中已经提出了许多方法^[12, 17, 18, 19]. 本文参考 Nguyen 在文献^[12]中提出的方法, 侧重比较算法的平滑性能和定位精度. 在^[12]中, Nguyen 共定义了六种误差来定量衡量算法的性能. 为了方便比较, 参考 Nguyen 的定义, 这里定义滤波误差和定位误差来分别衡量算法的平滑性和定位精度. 以下定义中像素支撑区域是指沿垂直于理想边缘方向, 边缘像素两边的一定大小的区域(如图 4(a)中较暗部分所示), 支撑区域内检测出的边缘像素称为有效边缘像素, 反之则为无效边缘像素.

滤波误差 ——主要由边缘冗余(像素的支撑区域内检测出多个边缘点, 如图 3(b)所示)和噪音冗余(支撑区域外存在假边缘, 如图 3(c)所示)两种情况造成. 图像的滤波误差定义为边缘冗余像素与噪音冗余像素的总数与理想边缘像素总数的比值.

定位误差 ——主要由边缘像素丢失(在像素的支撑区域内没有检测出边缘点, 如图 3(d)所示)和边缘像素错位(检测出的像素位置与理想位置有偏差, 如图 3(e)所示)两种情况造成. 像素丢失时该像素的误差定义为支撑区域的半径, 像素错位时该像素的误差定义为像素检测位置与理想位置的距离. 图像的定位误差定义为各像素误差的总和与理想边缘像素总数的比值.

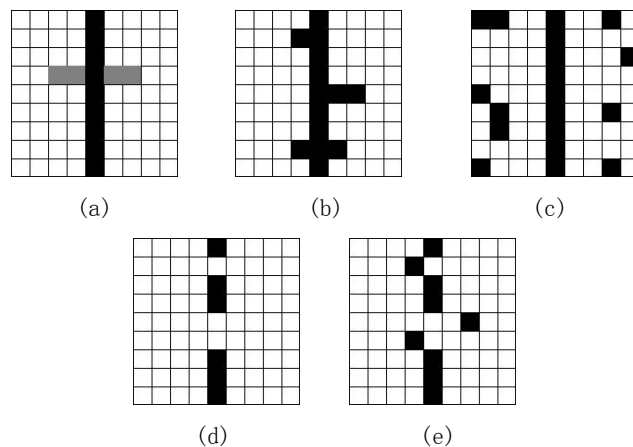


图 3. 边缘误差产生的几种情况示意图: (a)理想边缘(较暗的表示支撑区域), (b)边缘冗余, (c)噪音冗余, (d)像素丢失, (e)像素错位.

实验图像:



图 4. 实验图像

我们采用 Nguyen^[12]所设计的合成图像(如图 4 所示)。图像大小为 280×280，图中从左到右在 40, 80, 160, 200, 240 处分别有 5 个不同类型边缘，依次分别为阶跃型边缘，台阶型边缘，倒台阶型边缘，脉冲型边缘，倒脉冲型边缘(具体见^[12])。其中阶跃型边缘根据下式产生：

$$I(x, y) = \begin{cases} c(1 - \frac{1}{2}e^{-\mu(x - Loc_{edge})}) & x \leq Loc_{edge} \\ \frac{c}{2}e^{-\mu(x - Loc_{edge})} & x > Loc_{edge} \end{cases} \quad (28)$$

其中 Loc_{edge} 控制边缘的位置， μ 控制边缘的陡峭程度， c 控制边缘的高度。台阶型边缘和脉冲型边缘由两个阶跃型边缘获得： $I(x, y) + aI(x - \Delta, y)$ ， $a > 0$ 时表示台阶型边缘， $a < 0$ 时表示脉冲型边缘。

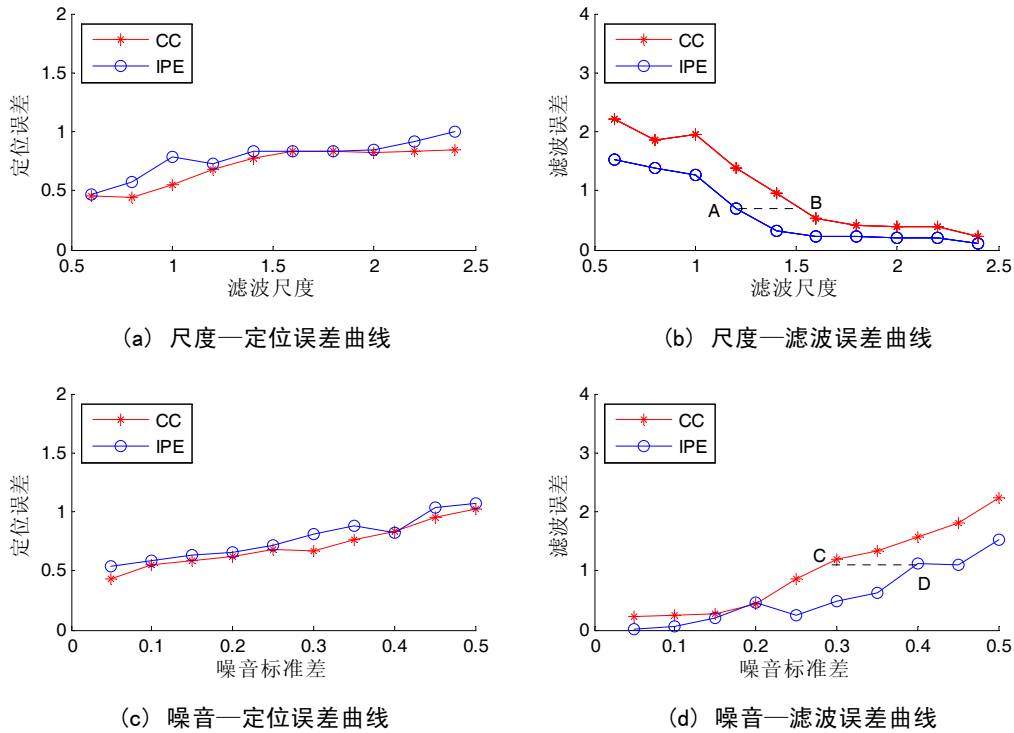


图 5. 经典 Canny 算子(CC)和基于内积能量的边缘检测算子(IPE)的性能比较。(a)和(b)分别表示噪声水平固定，尺度变化时的误差曲线。(c)和(d)分别表示滤波尺度固定，噪声变化时的误差曲线。

实验结果:

图 5 是经典 Canny 算子(CC)和基于内积能量的边缘检测算子(IPE)在加入高斯噪声的模拟图像上的实验结果。其中曲线(a)和(b)表示在高斯噪声方差为 0.3 的时，两种算法在不同尺度水平上的检测性能对比。曲线(c)和(d)表示在滤波尺度为 1.0 时，分别加入不同大小的噪声时两种算法的检测性能对比。实验中双阈值连接时的高低阈值分别为图像均值的 1.5 倍和 1.0 倍。通过对图 5(a)(b)(c)(d)的分析，可以得出如下结论：

- ① 曲线(a)(c)表明，两种边缘检测算法具有相当的边缘定位精度；并且，滤波尺度越大或噪声水平越高，算法的边缘定位精度越差。
- ② 曲线(b)(d)表明，基于内积能量的边缘检测算子比经典的 Canny 算子具有更强的噪声抑制能力。
- ③ 通过(b)中点 A 和点 B 的比较可得，保证相当滤波误差的条件下，对相同大小的噪声，基于内积能量的边缘检测算子比经典 Canny 算子具有更小的滤波尺度，因此基于内积能量的边缘检测算子具有更高的边缘定位精度(由①可知两种算法的边缘定位精度取决于滤波尺度，尺度越小，精度越高)。
- ④ 通过(d)中点 C 和点 D 的比较可得，在保证相当滤波误差的条件下，相同滤波尺度的基于内积能量的边缘检测算子比经典 Canny 算子能够抑制更大的噪声。

- ⑤ (b)(d)中基于内积能量的边缘检测算子的滤波误差曲线变化十分平缓，这表明它对尺度和噪音变化具有不敏感的良好特性。

总之，该实验表明：相对于经典的 Canny 算子，在具有相当定位精度的条件下，基于内积能量的边缘检测算子具有更好的噪音抑制性能。

5 更多真实图像的实验结果



图 6. 两种算子在真实图像上的检测结果对比：其中(a)列表示原始图像；(b)列和(c)列分别为梯度幅值图像和内积能量图像；(d)列和(e)列分别为经典 Canny 检测算子和基于内积能量的边缘检测算子的检测结果。

图 6 给出了两种算法的真实图像实验的更多结果。其中(a)列表示原始图像；(b)列和(c)列分别为梯度幅值图和内积能量图；(d)列和(e)列分别为经典 Canny 检测算子和基于内积能量的边缘检测算子的边缘检测结果。实验中两种算法的尺度参数和双阈值连接时的阈值参数均完全相同。可以看出：在对微小细节的抑制方面，基于内积能量的边缘检测算子比经典 Canny 算子具有更好的性能；在对主要边缘的定位保持方面，基于内积的边缘检测算子的性能与经典的 Canny 算子相当，部分图像上基于内积的边缘检测算子检测的甚至更加完整，例如第 1 组花圃的主轮廓、第 2 组左上角白云的边缘、第 3 组海星最下面的触角、第 6 组羚羊的左羊角等。总之，两种检测算子的边缘定位精度相当但基于内积能量的边缘检测算子在噪音抑制方面具有更优性能。

6 结束语

◆ 从某种意义上说，内积能量的引入为图像处理特别是特征检测提供了一种新的有力工具。相对于 Canny 算子，具有相当边缘定位精度的条件下，本文提出的基于内积能量的边缘检测算子对图像中的噪音和细节具有更强的抑制能力，并且对阈值参数调节不敏感，因此具有较大的实用价值。

◆ 由内积能量的定义可以看出，内积能量的计算十分简单，计算一个点的内积能量只需要将其与周围邻域内各点进行内积后求和即可，其时间开销仅相当于一次卷积或者滤波运算。因此，相对于经典的 Canny 边缘检测算子，基于内积能量的边缘检测算子只相当于增加了一次滤波运算，相对于其它步骤（计算高斯梯度、极大值抑制，双阈值连接）的计算开销总和，计算内积能量所增加的开销可以忽略不计。

◆ 此外，本文所提出的内积能量思想能够推广到其它图像特征的提取（如直线提取等），关于内积能量在其它方面的应用我们将进行进一步研究。

References

- [1] C. G. Rafael, E. W. Richard. Digital Image Processing, 2nd ed. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2002.
- [2] H.G. Senel, R.A. Peters II, B. Dawant, Topological Median Filters, IEEE Trans. On Image Processing. 2002,11(2): 89-104.
- [3] S.G. Chan, B. Yu, and M. Vetterli. Spatially Adaptive Wavelet Thresholding with Context Modeling for Image Denoising. IEEE Trans. On Image Processing. 2000, 9(9): 1522-1531.
- [4] J. Portilla, V. Strela, M.J. Wainwright, and E.P. Simoncelli. Image Denoising Using Scale Mixtures of Gaussians in the Wavelet Domain. IEEE Trans. On Image Processing. 2003, 11(12): 1338-1351.
- [5] A. Foi, K. Dabov, V. Katkovnik, and K. Egiazarian. Shape-Adaptive DCT for Denoising and Image Reconstruction. Proc. SPIE Electronic Imaging 2006, Image Processing: Algorithms and Systems V, 6064A-18, San Jose, 2006.
- [6] T. Lindeberg. Edge Detection and Ridge Detection with Automatic Scale Selection. International Journal of Computer Vision, 1998, 2(30) : 117-154
- [7] M. Rivera and J.L. Marroquin. Adaptive Rest Condition Potentials: First and Second Order Edge-Preserving Regularization. Computer Vision and Image Understanding, 2002, 88(2) : 76-93.
- [8] I. Gijbels, A. Lambert, and P. Qiu. Edge-Preserving Image Denoising and Estimation of Discontinuous Surfaces. IEEE Trans. On Pattern Analysis and Machine Intelligence. 2006, 28(7): 1075-1087.
- [9] D. Barash and D. Comaniciu. A Common Framework for Nonlinear Diffusion, Adaptive Smoothing, Bilateral Filtering and Mean Shift. Image and Vision Computing. 2004, 22(1): 73-81.
- [10] J. L. Starck, E. Candes, and D.L. Donoho. The Curvelet Transform for Image Denoising. IEEE Trans. On Image Processing, 2002, 11(6): 670-684.
- [11] F. A. Pellegrino. Edge Detection Revisited. IEEE Trans. On System Man and Cybernetics. 2004, 34(3): 1500-1517.
- [12] T. B. Nguyen and D. Ziou. Contextual and Non-contextual Performance Evaluation of Edge Detectors. Pattern Recognition Letters, 2000, 21(8) : 805-816.
- [13] J. F. Canny. A Computational Approach to Edge Detection. IEEE Trans. On Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1986, 8(6). 679-698.
- [14] M. Basu. Gaussian-based edge-detection methods--A survey. IEEE Transactions on Systems, Man, and CyberneticsPart C: Applications and Reviews, 2002, 32(3) : 252-260.
- [15] J. H. Elder, S. W. Zucher. Local scale control for edge detection and blur estimation. IEEE Trans. On Pattern Analysis and

Machine Intelligence, 1998, 20(7) : 699–716.

- [16] X. Wang , Laplacian Operator-Based Edge Detectors. IEEE Trans. On Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2007, 29(5): 886–890.
- [17] M. Health, S. Sarkar, T. Sanocki, and K.W. Bowyer. A Robust Visual Method for Assessing the Relative Performance of Edge-Detection Algorithms. IEEE Trans. On Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1997, 19(12) : 1338–1359.
- [18] D. Ziou, S. Tabbone. Edge Detection Techniques-An Overview. Massachusetts Institute of Technology, Artificial Intelligence Laboratory, Technical Report: AI Memo 833, 1998.
- [19] M.C. Shin, D.B.Goldgof, K.W.Bowyer, and S.Nikiforou. Comparison of Edge Detection Algorithms Using A Structure from Motion Task. IEEE Trans. On Syst., Man, Cybern. B, 2001, 31(4) : 589–601.



WANG Zhi-Heng, born in 1983, Ph.D. candidate. His current research interests include image feature detection and matching.

WU Fu-Chao, born in 1957, professor. His current research interests include computer vision, image processing and artificial intelligence.

Research background

This work is supported by the National Natural Science Foundation of China (60835003, 60575019) and the National High-Tech Research and Development Plan of China (2006AA01Z116). Our main goal is to develop a robust 3D information sensing system, which mainly consists of feature extraction, feature matching, camera calibration and 3D reconstruction. In feature detection and matching step, though interest point detection and matching is enough for images of rich texture, it often fails to work for scenes lacking of texture (such as man-made scenes). Under this condition, edge detection and matching will be a good selection for reconstruction such scenes. In this paper, a novel image edge detector called the inertial product energy-based edge detector is presented for robust detection, which can not only enhance the main edges but also simultaneously weaken the noise and tiny edges in image, and thus a better trade-off between de-noising and edge-locating can be obtained by using the inertial product energy. Compared with the classic Canny edge detector, in the case of offering the equivalent precision for edge locating, the inertial product energy-based edge detector performs better in de-noising and tiny edges controlling. Furthermore, our new detector is less sensible to the adjustment of the parameters.