

## 交互式水滴效果模拟

徐士彪<sup>1)</sup>, 张晓鹏<sup>1)\*</sup>, 陈彦云<sup>2)</sup>, 于海涛<sup>3)</sup>, 吴恩华<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>(中国科学院自动化研究所模式识别国家重点实验室 北京 100190)

<sup>2)</sup>(中国科学院软件研究所计算机科学国家重点实验室 北京 100190)

<sup>3)</sup>(中国科学院自动化研究所科学艺术中心 北京 100190)

(xpzhang@nlpr.ia.ac.cn)

**摘要:** 为了有效地模拟小水团受重力和人为外力的影响而散开为动态水滴的现象, 提出一种水滴效果的交互式模拟方法. 首先采用精确 SPH 模型模拟小比例的水滴现象, 通过精确地计算压强及人工速度场校正来保证流体方程求解的精确性、稳定性及收敛性; 然后根据流体密度场提出一种基于平均曲率的表面张力模型, 能够有效地模拟水滴的表面张力现象; 最后基于新一代着色器模型提出一种适用于水滴渲染的光线追踪方法, 包括简化的流体密度分布、基于二分法的流体等值表面判断和基于菲涅尔定律的光学特性计算, 克服了传统流体渲染独立于摄像机、计算量大等缺点. 实验结果表明, 文中方法是有效及高效的, 可以同时适用于水体现象及小比例水滴现象的模拟.

**关键词:** 水滴; 交互性; 光线追踪; 表面张力

中图法分类号: TP391

## Interactive Simulation for Water Drop Effects

Xu Shibiao<sup>1)</sup>, Zhang Xiaopeng<sup>1)\*</sup>, Chen Yanyun<sup>2)</sup>, Yu Haitao<sup>3)</sup>, and Wu Enhua<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>(National Laboratory of Pattern Recognition, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190)

<sup>2)</sup>(State Key Laboratory of Computer Science, Institute of Software, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190)

<sup>3)</sup>(Science Art Centre, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190)

**Abstract:** In order to effectively simulate the phenomenon of dynamic water drops with gravity and other external forces, this paper presents an interactive simulation method for water drop effects. Firstly, an accurate SPH model is taken to simulate small-scale water drop phenomenon. The method includes accurate pressure strength calculation and artificial velocity field correction, to ensure the accuracy, stability and convergence of fluid equations. Secondly, a surface tension model is presented based on mean curvature and fluid density field, for efficiently simulating the surface tension of water drops. Finally, a simplified ray-tracing method based on a new shader model is presented, for the water drop rendering. The ray-tracing method includes simplified fluid density distribution function, fluid surface judgment based on dichotomy and Fresnel calculation, for overcoming the problems in the traditional fluid rendering method, with little consideration of cameras and intensive calculations. The results show that the new algorithm is effective and efficient, suitable to the simulation of both water body and small-scale water drops.

**Key words:** water drop; interactive; ray-tracing; surface tension

收稿日期: 2012-08-27; 修回日期: 2012-11-06. 基金项目: 国家自然科学基金(60833007, 60902078, 61172104); 北京市自然科学基金(4112061). 徐士彪(1986—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为计算机图形学、流体模拟; 张晓鹏(1963—), 男, 博士, 研究员, 博士生导师, 论文通讯作者, 主要研究方向为计算机图形学、虚拟现实; 陈彦云(1971—), 男, 博士, 研究员, 博士生导师, 主要研究方向为真实感图形、计算机动画; 于海涛(1981—), 男, 博士, 助理研究员, 主要研究方向为计算机动画、增强现实; 吴恩华(1947—), 男, 博士, 研究员, 博士生导师, CCF 高级会员, 主要研究方向为计算机图形学、虚拟现实.

水的滴落现象普遍存在于日常生活中,在计算机图形学领域(简称图形学),人们一直试图利用计算机去模拟这种真实的现象.对于复杂的流体效果,只有借助较为精确的物理方程才能再现其自身的运动规律及外在的视觉特效,然而流体方程的求解相当耗时,同时受到稳定性及收敛性的限制. Stam<sup>[1]</sup>在流体模拟过程中引入时间步长较大的半拉格朗日方法,能够保证良好的稳定性及收敛性,促进了流体模拟在图形学领域的广泛发展及应用.现阶段,对于流体的研究主要有 2 种不同的方法:欧拉网格法和拉格朗日粒子法<sup>[2]</sup>.欧拉网格法需要在固定的坐标系下建立网格单元,通过有限差分及有限元的方法计算各个网格点上的流体属性变化来完成对流体的模拟;而拉格朗日粒子法则将流体视为一系列携带离散物理属性的流体微团,通过追踪这些流体微团的属性变化完成对流体的模拟.

随着计算机硬件的快速发展,可交互式流体效果模拟逐渐成为研究热点,光滑粒子流方法(smoothed particle hydrodynamics, SPH)<sup>[3]</sup>作为一种典型的拉格朗日粒子方法,其特点是简单高效,可以应用于各种实时水体模拟及交互软件中.通用 SPH 方法<sup>[4]</sup>的基本流程是利用粒子模拟流体的运动,并根据粒子间的位置构建流体密度场,通过 Marching Cubes<sup>[5-6]</sup>等网格生成方法来重建流体网格,从而完成对水体的渲染.尽管这种方法在水体效果模拟中广泛使用,但是在水体表面的可视化方面仍存在不足之处:这种传统的水体渲染方法是独立于摄像机的,因此很多不可见部分的水体表面及细节同样需要计算,降低了水体模拟的效率.相对于大比例水体的模拟,如何有效地模拟微小水滴的效果仍然是一个具有挑战性的问题.通用 SPH 方法不能直接应用于水滴的模拟,这主要是由于小比例水滴现象下的强粘性及表面张力效果要求小的时间步长来确保精确及稳定的流体方程求解,同时需要较大的计算消耗来获得所有的表面细节,因此上述水体表面渲染的方法同样不能直接应用于水滴表面的渲染.

## 1 相关工作

Foster 等<sup>[7]</sup>将计算流体力学成功地引入了图形学领域,促进了流体模拟在该领域的广泛发展及应用,此后,多种数值方法被用于流体模拟,包括欧拉网格方法<sup>[8-10]</sup>、拉格朗日粒子法<sup>[11-12]</sup>以及欧拉网格方法和拉格朗日粒子法的混合方法<sup>[13-15]</sup>.随着图

形硬件的快速发展,很多基于 GPU 的流体模拟方法被提出,柳有权等<sup>[16]</sup>在 GPU 上实现了带有复杂边界的三维实时流体模拟,陈曦等<sup>[17]</sup>将流体模拟的全部计算分配到 GPU 流处理器中,充分利用了 GPU 的高并行性和可编程性.

目前,对于水滴的模拟可以分为基于合成的方法和基于物理的方法两方面.大部分基于合成的方法虽然能够有效地对水滴效果进行建模,却无法实现真实的水滴运动;基于物理的方法能够借助较为精确的物理方程再现水滴自身的运动规律及外在的视觉特效. Wang 等<sup>[18]</sup>提出一种通用浅水波模型用于水滴在平面上的流动,这种方法依赖于流体表面,不能用于水滴的自由散落现象. Thürey 等<sup>[19]</sup>提出一种混合的方法,用于模拟高细节的水滴效果, Zhang 等<sup>[20]</sup>利用显示曲面的方法来模拟类似的水滴效果,这 2 种方法通过复杂的曲面操作来处理水滴的分离与合并过程,尤其是多个水滴的聚集,计算过程相当烦琐,降低了水滴模拟的效率. Kim<sup>[21]</sup>提出一种网格与粒子混合的区域水平集方法,用于完成水体及水滴的模拟;然而这种方法在模拟小水滴时需要完成网格到粒子的转换,很难实现自然的过渡.

本文方法与 SPH 方法密切相关,为了模拟高度变形体, Desbrun 等<sup>[11]</sup>首先将 SPH 方法引入图形学领域. SPH 方法能够很好地保持流体的运动形态,同时不需要专门的表面跟踪技术,能够很自然地处理较大的流体变形和剧烈破碎的自由表面流动,非常适合于实时的水滴效果模拟. Müller 等<sup>[4]</sup>提出一种流体模拟的通用 SPH 模型,可以对水体的自由表面流动进行交互式的模拟,促进了 SPH 方法在流体模拟中的广泛发展及应用;然而通用 SPH 模型以大比例水体为研究对象,对于流体方程求解简单高效却不够精确,无法直接应用于小比例的水滴效果模拟.此外,水滴的表面张力效果是普遍存在的, Sussman 等<sup>[22]</sup>利用网格的平均曲率来描述流体的表面张力,取得了不错的模拟效果.平均曲率是微分几何中一个“外在的”弯曲测量标准,它局部地描述了一个曲面嵌入周围空间的曲率,十分适用于三维空间中水滴表面张力的模拟.

Marching Cubes<sup>[5-6]</sup>作为三角网格生成的经典算法,多用于重建水体的自由表面.在欧拉网格法中,常用水平集方法<sup>[23]</sup>等跟踪流体表面位置,最终利用 Marching Cubes 算法沿着零水平集重建流体表面;在拉格朗日粒子法中,常用基于粒子的方法定义流体的密度场<sup>[24]</sup>,最终基于密度场的等值面构建流体

表面,网格的生成仍然是利用 Marching Cubes 算法. 尽管这种网格生成算法广泛用于流体表面的重建与渲染,但由于其是独立于摄像机的,很多不可见部分的水体表面及细节同样需要计算,水体渲染的效率较低,更加无法直接应用于表面细节较多的水滴效果渲染. Wojtan 等<sup>[25]</sup>对基于网格的表面追踪技术在流体模拟中的应用做了详细的分析,包括流体表面网格的合并、分离、平滑及拓扑变化,这类方法主要用于模拟无明显变化的水体表面及波浪现象,无法处理较大的流体变形和剧烈破碎现象,如水滴的散落.

Kruger 等<sup>[26]</sup>基于第二代着色器模型提出一种体纹理的多遍绘制技术,并通过绘制到纹理技术来存储中间过程的绘制结果,显著地提高了体数据的渲染效率及渲染质量,多遍绘制主要是受到早期硬件模型的限制. 本文提出的基于第四代着色器模型的光线追踪方法由上述方法扩展而来,能够同时适用于大比例现象的水体渲染及小比例现象的水滴渲染.

综上所述,水滴散落现象的模拟仍是图形学领域的难点问题,现存的方法多通过引入复杂的流体模型,求解过程过于烦琐,模拟效果不够理想. 因此,本文提出一种简单高效的方法用于水滴效果的交互模拟.

## 2 流体模拟基础

为了模拟流体现象,图形学领域主要针对无粘、不可压的奈维斯托克斯流体控制方程<sup>[27]</sup>进行求解,在拉格朗日粒子法中,该方程包括质量守恒和动量守恒两部分

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} &= -\rho \nabla \cdot \mathbf{v}, \\ \frac{d\mathbf{v}}{dt} &= \mathbf{F}^{\text{external}} + \mathbf{F}^{\text{pressure}} + \mathbf{F}^{\text{viscosity}} = \mathbf{g} - \frac{\nabla p}{\rho} + \frac{\mu \nabla^2 \mathbf{v}}{\rho} \end{aligned} \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{v}$  表示流体的速度场,  $\rho$  表示流体的密度场,  $\nabla p$  为压强梯度,  $\mu$  为流体的动力学粘性系数. 如果将式(1)右边合并为一个力,动量方程则退化为牛顿第二定律,显然,拉格朗日粒子法就是对各个相对独立的流体粒子进行受力分析,通过积分计算出各个粒子下一时刻的不同状态量. 本文利用上述原理分别实现水体与水滴效果的交互式模拟.

### 2.1 通用 SPH 模型

在 SPH 方法中,流体粒子所携带的状态量只定

义在离散而不是连续的位置上,空间中流体粒子的状态量可以通过周围粒子的状态量插值得到,其以离散求和的形式表示为

$$A_i = \sum_{j \neq i} A_j \frac{m_j}{\rho_j} W(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j, h).$$

其中,  $A_i$  表示要累积求和的状态量;  $h$  为求和半径,又称之为光滑核半径;函数  $W$  就是光滑核函数. 光滑核函数必须具备 2 个性质:首先一定要是偶函数,即  $W(-\mathbf{r}) = W(\mathbf{r})$ ;其次一定要是规整函数,即  $\int W(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = 1$ ,针对于不同的研究对象及不同的状态量,所选择的光滑核函数是不同的.

Müller 等<sup>[4]</sup>提出通用 SPH 模型来交互模拟水流动效果,算法的基本流程如下:

Step1. 计算流体的密度.

$$\rho_i = \sum_{j \neq i} m_j W_{\text{poly6}}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j, h) \quad (2)$$

Step2. 计算流体的压强力.

$$\mathbf{F}_i^{\text{pressure}} = - \sum_{j \neq i} m_j \frac{p_i + p_j}{2\rho_j} \nabla W_{\text{spiky}}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j, h);$$

其中,单个流体粒子产生的压力可以用理想气体的状态方程来计算

$$p = K(\rho - \rho_0).$$

Step3. 计算流体的粘性力.

$$\mathbf{F}_i^{\text{viscosity}} = \mu \sum_{j \neq i} m_j \frac{\mathbf{v}_j - \mathbf{v}_i}{\rho_j} \nabla^2 W_{\text{viscosity}}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j, h).$$

上述通用 SPH 模型简化了水体模拟的流程,能够处理水体表面的高度变形,并很好地保持水体的运动形态,对于交互式水体模拟非常高效.

### 2.2 运动方程修正

通用 SPH 模型对于水流动效果的模拟简单高效却不够精确<sup>[28-29]</sup>. Monaghan<sup>[30]</sup>针对于自由表面问题提出一种修正的数值滤波方法(corrected and smoothed particle hydrodynamics, XSPH),通过校正粒子的运动速度来修改粒子的整体运动

$$\frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = \mathbf{v}_i + \epsilon \Delta \mathbf{v}_i,$$

$$\Delta \mathbf{v}_i = \sum_{j \neq i} \frac{2m_j(\mathbf{v}_j - \mathbf{v}_i)}{\rho_i + \rho_j} W;$$

其中系数  $\epsilon \in [0, 1]$  用于控制速度校正的强度. 实际上, XSPH 方法是对速度场的一种平滑,通过人工的增加流体方程中的粘性力,使得粒子的运动更加规整,主要用于增强多种流体交界面的自然过渡效果.

### 2.3 基于纹理的体绘制

纹理体绘制的基本原理是以体积边界的正面为起始点,沿着视口方向对体纹理切片进行采样及融合,过程的终止取决于固定的采样次数或融合阈值.

Kruger 等<sup>[26]</sup> 基于第二代着色器模型提出一种体纹理的多遍绘制技术, 并通过绘制到纹理技术来存储中间过程的绘制结果, 主要过程如下:

第 1 遍绘制. 利用像素着色器将体积边界背面的空间坐标渲染输出成二维纹理.

第 2 遍绘制. 利用像素着色器将体积边界正面的空间坐标渲染输出成二维纹理; 同时, 利用当前片元的纹理坐标来采样第 1 遍绘制得到的二维纹理, 用于计算视线的方向及长度, 并存储输出到目标缓存中. 这些信息被用于后续的各遍绘制中.

上述基于纹理的体绘制将绘制过程移植到图形加速器中, 同时采用多遍绘制技术及绘制到纹理技术, 能够有效地减少绘制过程中对片元的操作, 显著提高了基于纹理的体绘制的效率与效果.

### 2.4 菲涅尔反射

Matthias<sup>[31]</sup> 指出在光线追踪算法中, 光线的反射量需要遵循菲涅尔定律

$$F = R(\theta_i) = \frac{1}{2} \left( \frac{g-c}{g+c} \right)^2 \left\{ 1 + \left[ \frac{c(g+c) - \left( \frac{n_i}{n_t} \right)^2}{c(g-c) + \left( \frac{n_i}{n_t} \right)^2} \right]^2 \right\} \quad (3)$$

其中,

$$c = \cos(\theta_t) \frac{n_i}{n_t} = -(\mathbf{I} \cdot \mathbf{n}) \frac{n_i}{n_t},$$

$$g = \sqrt{1 + c^2 - \left( \frac{n_i}{n_t} \right)^2}.$$

基于图形加速器, Matthias 对式(3)进行简化, 提出一种适用于着色器编程的菲涅尔反射多项式

$$R(\theta_i) \approx R_a(\theta_i) = R(0) + [1 - R(0)](1 - \cos \theta_i)^5 \quad (4)$$

图 1 所示为菲涅尔反射多项式对菲涅尔反射估计质量的对比, 其中, 曲线 1 表示折射率  $\frac{n_i}{n_t}$  为 0.75 时, 菲涅尔反射的精确值; 曲线 2 表示折射率  $\frac{n_i}{n_t}$  为

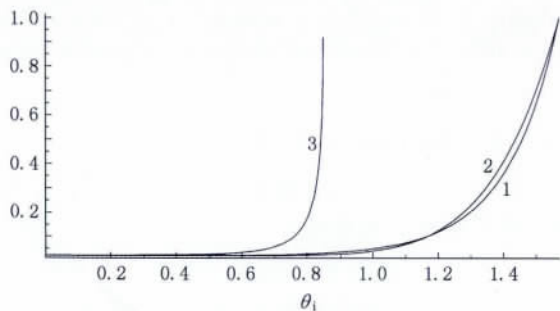


图 1 菲涅尔反射估计质量

0.75 或 1.33 时, 菲涅尔反射的估计值; 曲线 3 表示折射率  $\frac{n_i}{n_t}$  为 1.33 时, 菲涅尔反射的精确值. 事实上,

只有折射率  $\frac{n_i}{n_t} < 1$  时, 菲涅尔反射多项式才能用于菲涅尔反射量的计算.

## 3 三维水滴的模拟

### 3.1 精确 SPH 模型

考虑到水滴模拟要求多细节, 需要较为精确的流体控制方程求解, 本文对第 2.1 节的通用 SPH 模型进行改进, 提出一种精确 SPH 模型. 该模型采用较为精确的压强力的计算, 能够精确地维持线动量及角动量的守恒

$$\mathbf{F}_i^{\text{pressure}} = - \sum_{j \neq i} m_j \left( \frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2} \right) \nabla W_{\text{spiky}}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j, h).$$

考虑到水滴模拟的强粘性, 本文将 XSPH 方法引入到水滴效果模拟中. 本文在求解通用 SPH 模型时发现, 通过引入人工粘性可以降低方程中使用的动力学粘性系数, 有助于在较大时间步长时保证流体方程的稳定性及收敛性. 因此, 本文中的精确 SPH 模型利用 XSPH 方法来获得一个较为规整的粒子运动

$$\mathbf{F}_i^{\text{xsph}} = \sum_{j \neq i} 2m_j \frac{\mathbf{v}_j - \mathbf{v}_i}{\rho_i + \rho_j} W_{\text{poly6}}.$$

本文利用上述精确 SPH 模型来精确模拟水与水滴效果, 同时提高了模拟的效率与质量.

### 3.2 表面张力模型

第 3.1 节模型中, 本文只讨论了流体模拟的体积作用力, 表面张力<sup>[32]</sup>也是不容忽视的. 表面张力可以简单理解为流体试图减小表面积而产生的一种力, 这种力产生的效果非常细致, 如图 2 所示, 半球形水滴受到内部压强  $\Delta P$  的作用, 使得水滴表面紧绷, 最终将水滴收缩成球形. 由于表面张力只涉及到表层的粒子, 计算方法和体积作用力方法有所不同; 此外, 与其他力相比, 表面张力产生的效果其实是微乎其微的, 多用于细节较多的水滴模拟, 在较大水体模拟中常常忽略表面张力的计算.

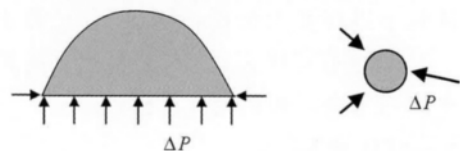


图 2 水滴的表面张力效果

考虑到 SPH 模拟的无网格特性,本文基于流体粒子密度分布定义一种简易的平均曲率模型. 流体粒子密度的拉普拉斯方程可以表示为  $\kappa_i = -\frac{\nabla^2 \rho_i}{|\nabla \rho_i|}$ , 其中  $\rho_i$  可由式(2)求得. 因此,平均曲率定义为

$$\bar{\kappa}_i = \sum_{j \neq i} m_j \frac{\kappa_i + \kappa_j}{2\rho_j} W_{\text{poly6}}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j, h).$$

那么,基于平均曲率的表面张力方程为

$$\mathbf{F}_i^{\text{surface}} = \sigma \bar{\kappa}_i \nabla \rho_i;$$

其中  $\sigma$  为表面张力系数,与流体的材质有关,所用的光滑核函数与式(2)相同.

### 3.3 基于 GPU 的实现

本文采用 NVIDIA 提供的 CUDA 架构来并行实现上述 SPH 方法,每个流体粒子分别对应一个 GPU 线程. 由于在计算流体粒子的密度及受力时需要用到该粒子的近邻粒子属性值,因此必须将所有粒子的位置与计算粒子相比较,以决定该粒子的近邻粒子有哪些. 为了提高近邻查找的效率,本文采用 CUDA Particles Demo<sup>[33]</sup> 的并行加速算法,对于 GPU 计算,这种算法优于其他同类算法. 近邻查找的基本流程如下:

- Step1. 将模拟区域划分成统一网格;
- Step2. 据流体粒子的空间位置找到对应的网格体素;
- Step3. 根据流体粒子的空间位置计算对应的空间哈希;
- Step4. 根据流体粒子的空间哈希对粒子进行排序;
- Step5. 将排序后的流体粒子存储到线性缓存区域.

利用空间哈希函数,同一个网格体素中的粒子将会按顺序存储在线性缓存中,在 GPU 中,本文采用基数排序算法<sup>[34]</sup>对流体粒子进行排序. 考虑到流体属性间的计算依赖性,本文采用如下计算流程来完成每时间步长水体及水滴效果的模拟:

- Step1. 利用空间哈希和基数排序来更新统一网格;
- Step2. 计算 SPH 流体粒子密度场;
- Step3. 计算 SPH 流体粒子压强场;

- Step4. 计算 SPH 流体粒子粘性力;
- Step5. 计算 SPH 流体粒子表面张力;
- Step6. 利用上述外力来更新流体粒子的速度场.

## 4 三维水滴的渲染

体纹理需要多遍绘制技术来完成的原因是受到早期着色器模型的限制. 本文基于新的着色器模型对上述基于纹理的体绘制方法进行改进,首先,第四代着色器模型引入了 discard 命令,可以随时终止当前片元的计算;其次,着色器代码理论上可以无限长,并且分支特性允许一遍绘制整个 ray-casting 过程.

### 4.1 水滴表面的构建

体绘制方法通常用空间密度函数描述体纹理数据的分布,并利用式(2)来完成三维流体空间密度的构建,如图 3a 所示,密度分布随流体粒子空间位置的变化而变化,计算过程复杂多变. 本文对传统流体粒子密度分布进行简化,固定了网格中单个粒子密度分布的样式,如图 3b 所示,简化的密度分布假定网格体素足够小,流体粒子在单一网格体素内的运动不会导致周围网格体素密度分布的变化,因此密度分布仅与流体粒子所在的网格体素相关,避免了重复计算.

对三维流体表面进行判断时,本文基于新的着色器模型,利用一遍绘制完成整个光线投射的过程,根据片元纹理坐标来采样像素着色器中得到的二体积边界纹理,用于计算视线的方向及长度,最后基于二分法的思想来判断流体表面位置. 如图 3c 所示,  $I$  及  $O$  分别为体积边界的入射点与出射点,通过求解两点间的中点  $A$  及比较相应位置的密度阈值,确定  $A$  为流体外部点,用于替换流体外部点  $I$  参与计算,以此类推,逐渐收敛于流体等值面  $C$ .

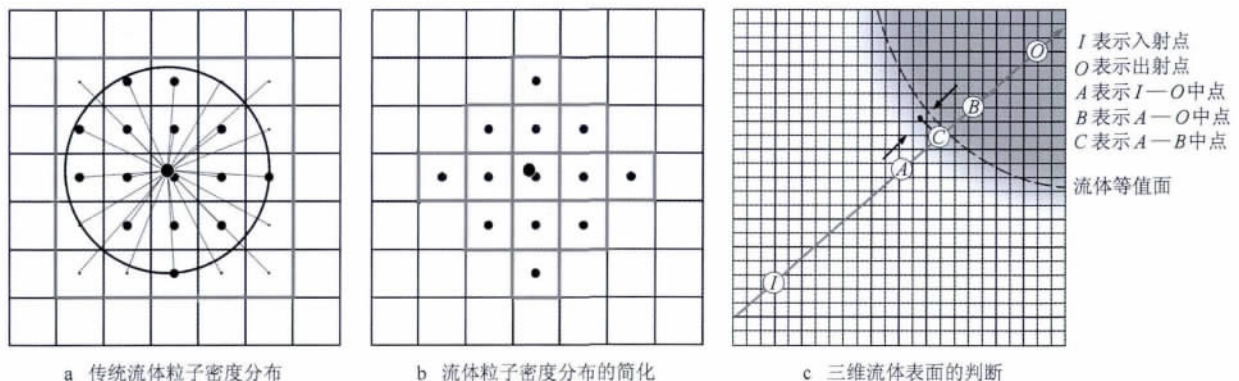


图 3 水滴密度及表面的计算

4.2 水滴表面的渲染

考虑到新一代着色器模型的性能, 本文将上述光线投射算法扩展成简易的光线追踪算法用于水滴的实时渲染中, 光线追踪算法对于水的多种光学特

性的渲染非常重要. 如图 4 a 所示, 本文主要考虑水正面及背面的折射、反射特性来映射周围的环境, 并将计算得到的颜色值应用于上述流体表面点. 此外, 光线的折射量与反射量的分布需要满足菲涅尔定律.

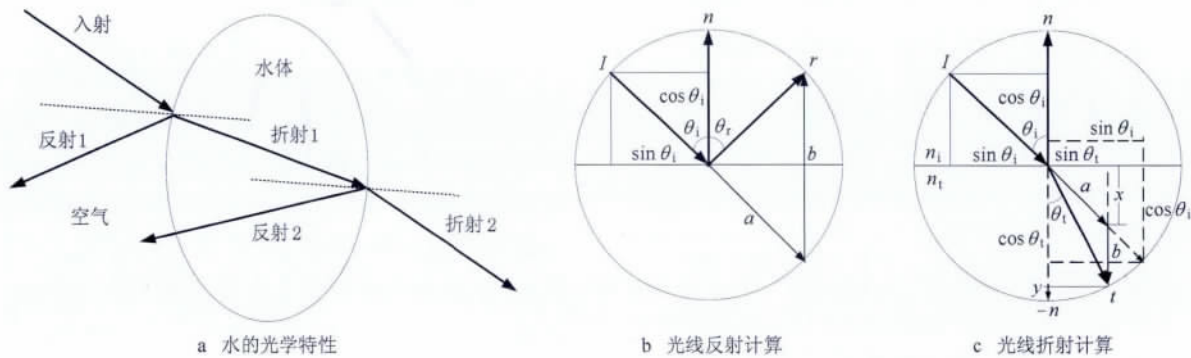


图 4 水的光学特性计算

水体及水滴不同光学特性的计算.

1) 反射光线的计算

$$r = a + b = aI + bn \tag{5}$$

其中,  $a=1, b=2(n \cdot I)$ , 如图 4 b 所示.

2) 折射光线的计算

$$t = a + b = aI - bn \tag{6}$$

其中,  $a = \sin \theta_t / \sin \theta_i = n_i / n_t, b = 1 - x - y, x = \cos \theta_i \cdot \sin \theta_t / \sin \theta_i = -(n \cdot I)n_i / n_t, y = |-n| - \sqrt{1 - \sin^2 \theta_t} = 1 - \sqrt{1 - (n_i / n_t)^2 (1 - (n \cdot I)^2)}$ , 如图 4 c 所示.

入射光线经过水表面会拆分成折射光线与反射光线两部分, 反射量与折射量的分布需要遵循菲涅尔定律. 考虑到菲涅尔反射多项式的估计质量, 当光线从空气中射入时, 折射率为 0.75, 本文采用菲涅尔反射多项式估计反射量的分布; 当光线从水中射出时, 折射率为 1.33, 本文采用菲涅尔方程精确计算反射量的分布.

本文采用如下步骤来完成水滴的光线追踪渲染:

- Step1. 利用天空盒完成环境贴图的绘制;
- Step2. 利用式(5)(6)计算反射光线 1 和反射光线 2 的方向, 以及折射光线 1 和折射光线 2 的方向;
- Step3. 根据反射光线 2 及折射光线 2 的方向对环境贴图采样, 得到反射及折射颜色值;
- Step4. 利用式(3)计算光线射出水面时的折射量与反射量;
- Step5. 综合 Step3~Step4 计算折射光线 1 的颜色值, 折射 1 = 反射量 × 反射 2 + 折射量 × 折射 2;
- Step6. 利用式(4)计算光线射入水面时的折射量与反射量;
- Step7. 综合 Step5~Step6 计算入射光线的颜色值, 即流体表面颜色值, 入射 = 反射量 × 反射 1 + 折射量 × 折射 1,

其中反射 1 颜色值从环境贴图采样得到.

5 实验及结果分析

本文的实验平台为 Intel Core i7 2.8 GHz CPU, 主内存为 4GB, 显卡采用 NVIDIA GTX 460, 显卡内存为 1GB, 显卡的核心频率为 700 MHz. 整个实现基于 DirectX, CUDA 及 HLSL. 实验结果显示了本文方法的有效性及其高效性, 相应的 GPU 绘制效率比较如表 1 所示. 在图形硬件上, 本文不仅完成了水体及水滴流动方程的精确求解, 同时也将计算结果实时地绘制出来.

表 1 不同场景的 GPU 绘制效率及分析

实验场景	粒子数	模拟帧率/帧/s	性能分析
水团流变现象	10 000	100	分散水滴模拟的计算量明显高于水团的模拟
水滴散落现象	10 000	80	
基于 Kinect 交互模拟	5 000	30	硬件采集帧率限制

本文采用精确 SPH 模型对水流及水滴进行模拟, 并利用第 4.2 节的光线追踪方法进行实时渲染, 能够克服传统渲染方法的独立于摄像机、高计算量等不足, 同时提高了模拟的速度与渲染质量.

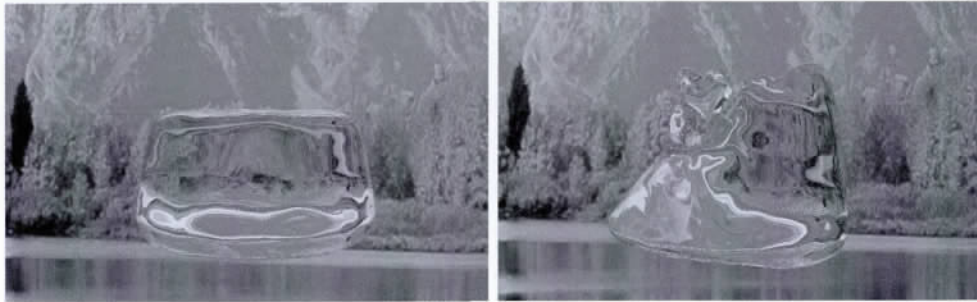
5.1 水团流变现象模拟

图 5 所示为以室外场景为背景的水团实时变化例子. 水团的初始形态为有底圆柱形玻璃杯内的水体, 通过鼠标拖拽施加外力而改变玻璃杯的位置, 水团受重力及玻璃杯各面碰撞力的影响而流动. 该例中包括了 1 万个流体粒子, 系统帧率维持在 100 帧/s.

为了模拟小比例现象的水滴效果, 本文引入基

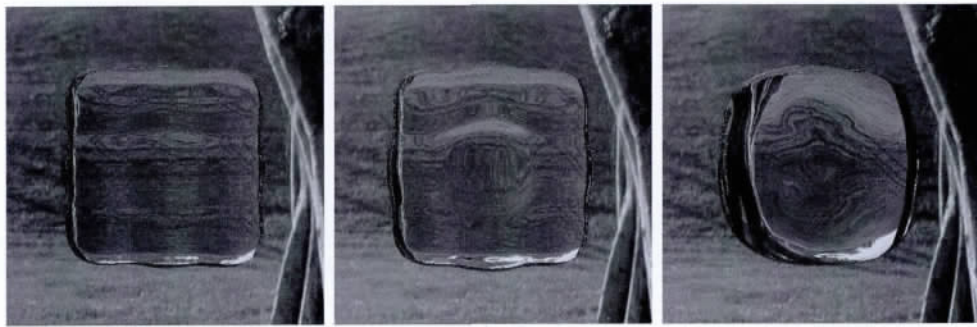
于平均曲率的表面张力模型. 图 6 所示为以室外草坪为背景,无重力情况下方体水团的收缩效果. 可以

看出,立方体形态的水团受到表面张力的作用,使得表面紧绷,最终收缩成球形状态.



a 水流的初始状态 b 水流的运动状态

图 5 水流的实时模拟与绘制



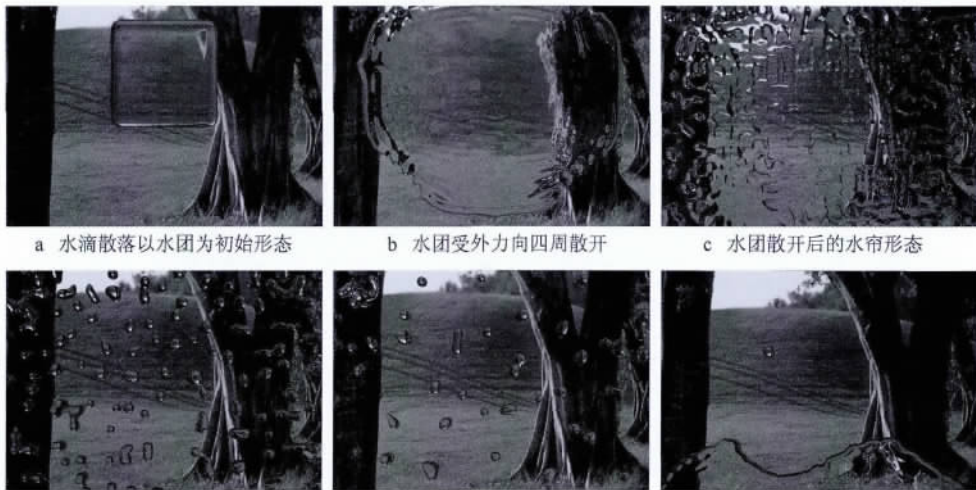
a 初始形态 b 收缩中间形态 c 收缩成球形形态

图 6 基于平均曲率的水团表面张力效果

### 5.2 水滴生成和散落现象模拟

初始水团受到外力的作用向四周散开,由于表面张力及强粘性力的作用,散开后的水帘会相互聚集成水滴形态,最终受重力的作用散落. 图 7 中模拟

了水滴散落的现 象,在整个模拟过程中,用户同样可以通过交互来调整水滴的数量及受力. 可以看出,即使是模拟细节较多的水滴现象,如 1 万个流体粒子,系统帧率仍维持在 80 帧/s.



a 水滴散落以水团为初始形态 b 水团受外力向四周散开 c 水团散开后的水帘形态 d 水帘相互聚集成水滴形态 e 水滴受重力影响散落 f 水滴散落聚集为一体

图 7 水滴的散落效果

### 5.3 基于 Kinect 的交互

目前,微软 Kinect 体感交互设备在图形学领域

广泛应用,Kinect 是一种让用户不需要手持或脚踏控制器,而是使用语音指令或手势来进行交互的实时

采集设备,它能够通过采集到的深度图像和彩色图像识别使用者的肢体动作,同时通过内建的麦克风识别语音指令。

本文将 Kinect 与实时水流模拟相结合,开发了一个交互式水流效果的模拟系统,结合 OpenNI SDK (OpenNI 是一个多语言、跨平台的框架,OpenNI API 由一组可用来编写通用自然交互应用的接口组成),用户可以通过 Kinect 捕捉到的手部运动信息定义

各种手部动作,通过动作之间的匹配来触发与水流的动态交互.本文定义了手部的“挥动”与“推”2 种动作,当检测到“挥动”动作时,触发手部与水流间的交互,此时如果继续挥手,将拖动水流容器运动,从而控制水流的运动;当检测到“推”动作时,将停止手部与水流间的交互.如图 8 所示,受到 Kinect 30 帧/s 采集速率的限制,在整个交互过程,处理 5 000 个流体粒子,系统帧率维持在 30 帧/s.

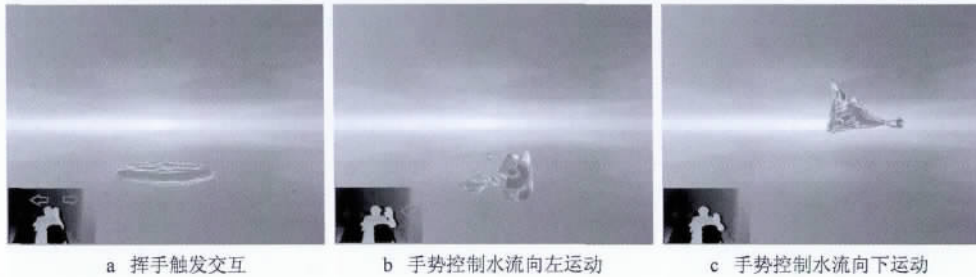


图 8 交互式水流模拟系统

#### 5.4 与相关工作的比较

本文对相应的水滴散落现象模拟的参考效果进行分析,并给出与相关工作的比较.如图 9 a 所示,真实的水团受外力作用散开,由于强粘性,初始时会形成水帘效果,如图 7 b,7 c 所示,本文方法能够有效地完成对这种现象的模拟;如图 9 b 所示,水帘受到表面张力的作用会相互聚集成圆润的小水滴,同时受到重力的作用散落,如图 7 d,7 e 所示,本文方法能够高效地模拟水滴的聚合及散落效果.现有方法中,基于显式曲面的水滴模拟方法<sup>[20]</sup>取得了不错的效果,然而,该方法将不同水滴单独来计算,最后将水滴曲面合并叠加,计算过程相当烦琐,叠加后的

水滴分界仍十分明显.如图 9 c 的圆圈区域所示,聚合后的水滴应该作为一个整体来计算光线的反射与折射,但是从该图中可以很明显地看出单独计算光线的效果;此外,这种方法的计算依赖于水滴附着的平面,需要以平面为基准计算水滴表面的高度场信息,无法直接应用于水滴在空中的自由散落现象.本文方法从整体角度来考虑水滴的模拟与渲染,克服了文献<sup>[20]</sup>的不足,聚合效果更真实,如图 9 d 的圆圈区域所示.从模拟效率来看,在模拟粒子数达 1 万个时,本文方法仍能维持帧率在 80 帧/s;而基于显示曲面的水滴模拟方法由于要考虑多种网格操作,帧率仅达到 30 帧/s.

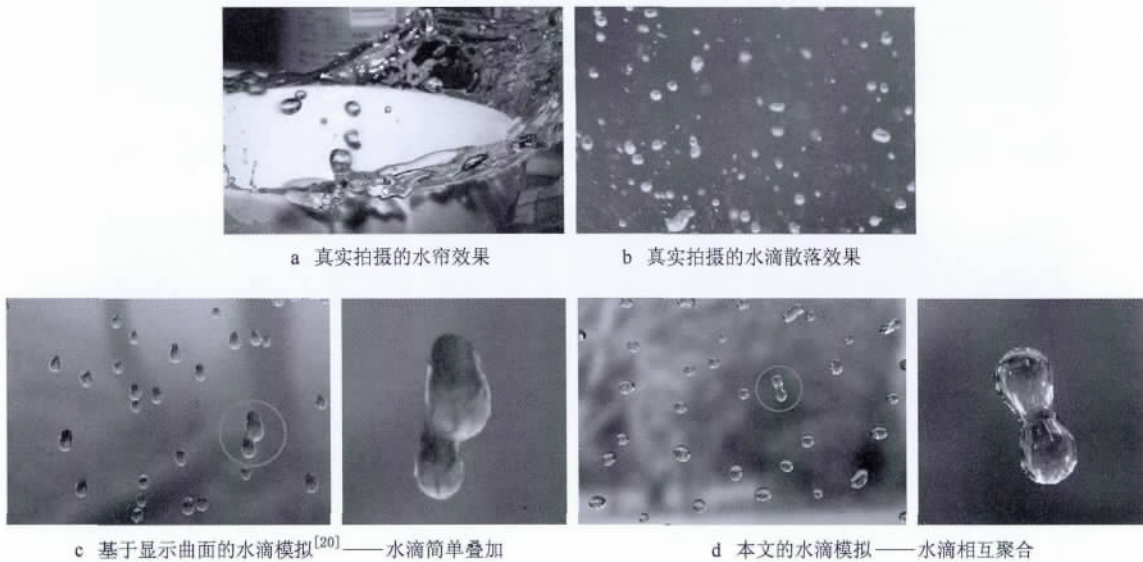


图 9 水滴散落参考效果及比较



## 6 结论与讨论

本文提出一种模拟小水团受重力和人为外力的影响而散开为水滴的动画效果的方法,主要包括 4 个部分:1)考虑到水滴模拟要求多细节、需要较为精确的流体控制方程求解,对通用 SPH 模型进行改进,提出一种精确 SPH 模型,采用较为精确的压强的计算,能够精确地维持流体线动量及角动量的守恒;2)考虑到水滴模拟的强粘性,通过对速度场进行校正,引入人工粘性,使得粒子的运动更加规整,能够在较大时间步长时保证流体方程求解的稳定性及收敛性;3)考虑到 SPH 模拟的无网格特性,基于流体密度场提出一种平均曲率方法来精确计算水滴表面张力;4)提出简单高效的光线追踪算法,该算法同时适用于大比例现象的水体渲染及小比例现象的水滴渲染。

本文利用目前新的图形硬件求解流体的运动方程,从而达到实时模拟的效果,将方程的求解与绘制整合在一起,提高了流体模拟的效率,满足水滴效果的交互性模拟的要求。在求解的过程中,为了进一步加速整个计算过程,本文采用统一网格来完成流体粒子的近邻查找。

本文方法简单高效,但仍然具有一定的局限性:由于本文所采用的流体渲染方法是基于隐式曲面的,因此无法将曲面信息保存,只能通过曲面后处理来提高渲染细节;为了提高绘制效率,在对水滴表面的渲染时忽略了较为复杂的光线散射及衰减等特性,仅考虑了光线的反射与折射现象;此外,目前本文方法考虑的约束为简单曲面(圆柱面和立方体),还没有考虑与一般曲面的碰撞。

在未来的工作中,我们将针对本文中的隐式曲面引入水平集方法来精确追踪流体表面的细微变化,以提高渲染细节,同时添加更多真实水滴的光学特性(如光线的散射衰减等)及复杂曲面的碰撞效果。

### 参考文献 (References):

- [1] Stam J. Stable fluids [C] //Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, ACM SIGGRAPH. New York: ACM Press, 1999: 121-128
- [2] Liu Youquan, Liu Xuehui, Zhu Hongbin, *et al.* Physically based fluid simulation in computer animation [J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2005, 17 (12): 2581-2589 (in Chinese)
- [3] Stam J, Fiume E. Depicting fire and other gaseous phenomena using diffusion processes [C] //Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, ACM SIGGRAPH. New York: ACM Press, 1995: 129-136
- [4] Müller M, Charypar D, Gross M. Particle-based fluid simulation for interactive applications [C] //Proceedings of the ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation. Aire-la-Ville: Eurographics Association Press, 2003: 154-159
- [5] Carlson M, Mucha P J, van Horn, III R B, *et al.* Melting and flowing [C] //Proceedings of the ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation. New York: ACM Press, 2002: 167-174
- [6] Gènevaux O, Habibi A, Dischler J M. Simulating fluid-solid interaction [C] //Proceedings of Graphics Interface. Halifax: Canadian Human-Computer Communications Society Press, 2003: 31-38
- [7] Foster N, Metaxas D. Realistic animation of liquids [J]. Graphical Models and Image Processing, 1996, 58(5): 471-483
- [8] Zhou Shizhe, Man Jiaju. Realtime fluid simulation based on multigrid method [J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2007, 19(7): 935-940 (in Chinese)  
(周世哲, 满家巨. 基于多重网格法的实时流体模拟[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2007, 19(7): 935-940)
- [9] Enright D, Nguyen D, Gibou F, *et al.* Using the particle level set method and a second order accurate pressure boundary condition for free surface flows [C] //Proceedings of the 4th ASME-JSME Joint Fluids Engineering Conference. New York: ASME Press, 2003: 2003-45144
- [10] Losasso F, Gibou F, Fedkiw R. Simulating water and smoke with an octree data structure [J]. ACM Transactions on Graphics, 2004, 23(3): 457-462
- [11] Desbrun M, Gascuel M P. Smoothed particles: a new approach for animating highly deformable bodies [C] // Proceedings of the Eurographics Workshop on Computer Animation and Simulation. Berlin: Springer, 1996: 61-76
- [12] Premoze S, Tasdizen T, Bigler J, *et al.* Particles-based simulation of fluids [J]. Computer Graphics Forum, 2003, 22 (3): 401-410
- [13] Wojtan C, Thürey N, Gross M, *et al.* Physics-inspired topology changes for thin fluid features [J]. ACM Transactions on Graphics, 2010, 29(4): Article No. 50
- [14] Losasso F, Talton J, Kwatra N, *et al.* Two-way coupled SPH and particle level set fluid simulation [J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2008, 14(4): 797-804

- [15] Xu S B, Mei X, Dong W M, *et al.* Interactive visual simulation of dynamic ink diffusion effects [C] //Proceedings of the 10th International Conference on Virtual Reality Continuum and Its Applications in Industry. New York: ACM Press, 2011: 109-116
- [16] Liu Youquan, Liu Xuehui, Wu Enhua. Real-time 3D fluid simulation on GPU with complex obstacles [J]. Journal of Software, 2006, 17(3): 568-576 (in Chinese)  
(柳有权, 刘学慧, 吴恩华. 基于 GPU 带有复杂边界的三维实时流体模拟[J]. 软件学报, 2006, 17(3): 568-576)
- [17] Chen Xi, Wang Zhangye, He Jian, *et al.* An integrated algorithm of real-time fluid simulation on GPU [J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2010, 22(3): 396-405 (in Chinese)  
(陈曦, 王章野, 何戡, 等. GPU 中的流体场景实时模拟算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2010, 22(3): 396-405)
- [18] Wang H M, Miller G, Turk G. Solving general shallow wave equations on surface [C] //Proceedings of the ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation. Aire-la-Ville: Eurographics Association Press, 2007: 229-238
- [19] Thürey N, Wojtan C, Gross M, *et al.* A multiscale approach to mesh-based surface tension flows [J]. ACM Transactions on Graphics, 2010, 29(4): Article No. 48
- [20] Zhang Y Z, Wang H M, Wang S A, *et al.* A deformable surface model for real-time water drop animation [J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2012, 18(8): 1281-1289
- [21] Kim B. Multi-phase fluid simulations using regional level sets [J]. ACM Transactions on Graphics, 2010, 29(6): Article No. 175
- [22] Sussman M, Ohta M. A stable and efficient method for treating surface tension in incompressible two-phase flow [J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 2009, 31(4): 2447-2471
- [23] Foster N, Fedkiw R. Practical animation of liquids [C] // Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, ACM SIGGRAPH. New York: ACM Press, 2001: 23-30
- [24] Gingold R A, Monaghan J J. Smoothed particles hydrodynamics—theory and application to non-spherical stars [J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 1977, 181(1): 375-389
- [25] Wojtan C, Müller-Fischer M, Brochu T. Liquid simulation with mesh-based surface tracking [C] //Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, ACM SIGGRAPH. New York: ACM Press, 2011: Article No. 8
- [26] Kruger J, Westermann R. Acceleration techniques for GPU-based volume rendering [C] //Proceedings of the 14th IEEE Visualization. Washington D C: IEEE Computer Society Press, 2003: Page: 38
- [27] Liu Daozhi. Computational fluid dynamics [M]. Beijing: Beihang University Press, 1989 (in Chinese)  
(刘导治. 计算流体力学基础[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1989)
- [28] Monaghan J J. An introduction to SPH [J]. Computer Physics Communications, 1988, 48(1): 89-96
- [29] Monaghan J J, Lattanzio J C. A refined particle method for astrophysical problems [J]. Astronomy and Astrophysics, 1985, 149(1): 135-143
- [30] Monaghan J J. Simulating free surface flows with SPH [J]. Journal of Computational Physics, 1994, 110(2): 399-406
- [31] Matthias W. Fresnel reflection technical report [R]. Shanghai: NVIDIA Corporation, 2002
- [32] Enright D, Marschner S, Fedkiw R. Animation and rendering of complex water surfaces [J]. ACM Transactions on Graphics, 2002, 21(3): 736-744
- [33] Green S. Particle simulation using CUDA [R]. Shanghai: NVIDIA Corporation, 2010
- [34] Miller G, Pearce A. Globular dynamics: a connected particle system for animating viscous fluids [J]. Computers and Graphics, 1989, 13(3): 305-309